مجلة جامعة الملك عبدالعزيز : الاقتصاد والإدارة، م٤، ص ص ١٨٣-١٩٨ (١٤١١هـ/١٩٩١م)

# تحديد التشكيلة المثلى للبدائل الاستثمارية باستخدام نماذج البرمجة الرياضية

**محمود عمر باعيسى**
*أستاذ المحاسبة المساعد*
*قسم المحاسبة - كلية الاقتصاد والإدارة*
*جامعة الملك عبد العزيز — جدة — المملكة العربية السعودية*

**المستخلص** : يهدف هذا البحث إلى تحديد التشكيلة المثلى للمقترحات الاستثمارية باستخدام البرمجة الرياضية، مع التركيز على دور المحاسب الإداري في صياغة نموذج القرار الذي يتضمن جميع البدائل الاستثمارية والقيود والمتطلبات الأخرى.

ولتحقيق هذا الهدف فقد تم أولا استعراض المعايير والافتراضات التي يعتمد عليها الفكر المحاسبي التقليدي للمفاضلة بين المقترحات الاستثمارية. ثم جرى استخدام نموذج البرمجة العددية في تحديد التشكيلة المثلى للبدائل الاستثمارية، ثم استخدام نموذج البرمجة الديناميكية في تحديد التشكيلة المثلى لهذه البدائل مع الاستعانة بأمثلة رقمية لإعطاء مزيد من الإيضاح لكيفية استخدام هذه النماذج في تحديد التشكيلة المثلى للمقترحات الاستثمارية.

ولقد خلص هذا البحث إلى أن إتباع البرمجة الديناميكية يحقق وفورات كبيرة في الوقت والتكلفة اللازمة لإجراء العمليات الحسابية التي قد يتطلبها تعديد البدائل وتقويم كل منها بالطريقة الحسابية المباشرة.

كما أن إتباع أسلوب البرمجة الديناميكية يوفر بيانات إضافية تمكن المخطط من تقويم البدائل الفرعية التي قد تترتب على المشكلة الأصلية أو تؤثر فيها.

ولابد من الإشارة هنا إلى أنه رغم أن البرمجة الديناميكية يمكن استخدامها نظريا في حل عدد كبير من المشكلات، فان التطبيق السريع لها يصبح صعبا للغاية عندما تكون المشكلة متشابكة تتصف بزيادة عدد المراحل وزيادة تسلسل الظروف الممكنة في كل مرحلة، مع زيادة في عدد المتغيرات التي تؤدي إلى زيادة عدد وحدات الموارد المتاحة، مما يؤدي إلى أن تصبح تكلفة الجدولة باهظة.

**مقدمة**

ترتب على تعقد وتشابك مشاكل التخطيط والرقابة على المشروعات الاستثمارية وعجز الأساليب المحاسبية التقليدية المستخدمة في حلها أن أصبح استخدام أساليب التحليل الكمي مطلبا ضروريا ولا غنى عنه إذا أريد إتباع الأسلوب العلمي في التخطيط والرقابة على هذه المشروعات.

وقد أوضحت بعض البحوث والكتابات المحاسبية أنه لوحظ في الحياة العملية أن المشروعات الاستثمارية لا تخضع للدراسة الكافية، فقد يتم تنفيذ مشروع استثماري معين دون دراسة للبدائل الأخرى، أو نجد أنه بعد حصر البدائل الأخرى فإن المعلومات اللازمة للتحليل الاستثماري الدقيق لا يتم توفيرها بطريقة تؤدي إلى اتخاذ القرار الاستثماري الأمثل.

ولما كانت هذه القرارات الاستثمارية ذات تأثير طويل الأجل، فإن عدم كفاية المعلومات وعدم دراسة البدائل الاستثمارية الأخرى سوف يترتب عليه مساوئ نسبية للمنشأة تنعكس على أرباحها ومركزها المالي في الأجل الطويل[١].

ومن المعروف أن المشروع الاستثماري يمر بعدة مراحل تتمثل في اقتراح إنشاء المشروع الاستثماري، ثم مرحلة الدراسة التفصيلية للمشروعات الاستثمارية البديلة وإقرار أفضلها، ثم إعداد الموازنة الاستثمارية، وعمل التصميمات الهندسية والحصول على أسعار الموردين، ثم تجهيز المشروع وإتمامه، وإجراء التجارب السابقة على التشغيل.

وتعد المرحلة الخاصة بالدراسة التفصيلية للمشروعات الاستثمارية البديلة وإقرار أفضلها – خاصة في حالة محدودية الأموال المخصصة للإنفاق الاستثماري– من أهم المراحل الخاصة باتخاذ القرارات الاستثمارية، لذلك يجب أن تتخذ هذه القرارات بطريقة تجعل العائد المتوقع من المشروعات محل هذه القرارات أكبر من تكلفة الحصول على الموارد المالية المخصصة للإنفاق الاستثماري. ومن ناحية أخرى، يتعين البحث عن أفضل تخصيص لهذه الموارد المحدودة على المشروعات الاستثمارية المتاحة للمنشأة حتى يمكن اختيار التشكيلة المثلى للمشروعات الاستثمارية للمنشأة.

ومن المعروف أن الفكر المحاسبي التقليدي يعتمد على مجموعة من المعايير (القائمة على فروض معينة) في اختيار بدائل الاستثمار، وقد أثبت الواقع العملي عدم توافر بعض الفروض التي تقوم عليها هذه المعايير. لهذا فإن الأمر يتطلب الالتجاء إلى الأساليب الرياضية الحديثة مثل أساليب البرمجة الرياضية –وبالتحديد البرمجة العددية والبرمجة الديناميكية– لإجراء المفاضلة والاختيار بين البدائل في ظل القيود المختلفة المفروضة عليها.

---

(١) **أحمد رجب عبد العال، علي أحمد أبو الحسن**، المحاسبة الإدارية، الإسكندرية: دار المطبوعات الجامعية، ١٩٧٩، ص ٢٢٦.

مما تقدم يتبين هدف هذا البحث وهو تحديد التشكيلة المثلى للمقترحات الاستثمارية باستخدام نماذج البرمجة الرياضية، مع التركيز على دور المحاسب الإداري في صياغة نموذج القرار الذي يتضمن جميع البدائل الاستثمارية والقيود والمتطلبات الأخرى.

وتحقيقا للهدف السابق تم تقسيم خطة الدراسة في هذا البحث على النحو التالي:

**أولاً:** المعايير والافتراضات التي يعتمد عليها الفكر المحاسبي التقليدي للمفاضلة بين المقترحات الاستثمارية.

**ثانيًا:** استخدام نموذج البرمجة العددية في تحديد التشكيلة المثلى للبدائل الاستثمارية.

**ثالثًا:** استخدام البرمجة الديناميكية في تحديد التشكيلة المثلى للبدائل الاستثمارية.

## أولا: المعايير والافتراضات التي يرتكز عليها الفكر المحاسبي التقليدي عند المفاضلة بين المقترحات الاستثمارية

يرتكز الفكر المحاسبي التقليدي عند المفاضلة بين البدائل الاستثمارية على مجموعة من المعايير يمكن تبويبها في مجموعتين هما:

**المجموعة الأولى:** وتتمثل في مجموعة المعايير التي تهمل القيمة الزمنية للنقود مثل معيار فترة الاسترداد، ومعيار معدل العائد المحاسبي، ومعيار أعلى ربح.

**المجموعة الثانية:** وتتمثل في مجموعة المعايير التي تعتمد على مفهوم القيمة الزمنية للنقود (معايير التدفق النقدي المخصوم) مثل معيار صافي القيمة في نهاية حياة المشروع، ومعيار القيمة السنوية المستثمرة، ومعيار صافي القيمة الحالية، ومعيار معدل العائد الداخلي على الاستثمار.

وتقوم المعايير السابقة على افتراضات لا تتوافر في الحياة العملية في أغلب الأحوال مثل:

١- عدم وجود قيود على الموارد الرأسمالية المتاحة للاستثمار.

٢- الاستقلال التام لبدائل الاستثمار المتاحة وعدم اعتماد العائد المتوقع من أي منها على البدائل الأخرى.

٣- قابلية كل من بدائل الاستثمار المتاحة للتجزئة.

والافتراض الأول لا يتوافر غالبا في الحياة العملية حيث تتميز الموارد الرأسمالية بالندرة النسبية خاصة في الدول النامية. ويواجه المخطط عادة بمشكلة المفاضلة والاختيار بين العديد من المشروعات التي يحقق كل منها عائدًا مجزيًا من وجهة النظر الفردية أو من وجهة النظر الاجتماعية،

وذلك لقصور الموارد الرأسمالية المتاحة عن إمكانية استغلالها جميعا. ولاشك أن معيار المفاضلة في هذه الحالة يتأثر بعوامل أخرى عديدة بخلاف الربحية مثل مقدرة كل من المشروعات المقترحة على استيعاب الطاقة العاملة، أو مقدرته على توفير النقد الأجنبي عن طريق زيادة الصادرات أو إحلال الواردات، ومقدار مساهمته في الدخل القومي، وما إلى ذلك من العوامل الهامة[٢].

وامتدادًا لهذا الافتراض فإن المحاسب الإداري يقوم بصياغة نموذج القرار الذي يتضمن جميع البدائل الاستثمارية والقيود والمتطلبات الأخرى. **وفي حالة توافر مصادر التمويل وعدم وجود قيود تمويلية أو قيود أخرى** فإنه يتم التصفية بين البدائل الاستثمارية المتنازعة أو المانعة، أي التي تشترك في الغرض ولكن تختلف في النتائج، وإن كان اختيار بديل منها يغني عن البدائل الأخرى المتنازعة معه. ومعيار الاختيار هنا هو الهدف الذي وضعت إدارة المنشأة. فإذا كان الهدف هو تعظيم الأرباح المطلقة في الأجل الطويل فسوف نختار البديل الذي يحقق أكبر قيمة حالية صافية من المكاسب النقدية. وإذا كان الهدف هو تعظيم ربحية الجنيه الواحد من الإنفاق الاستثماري فسوف نختار المشروع الذي يحقق أكبر ربحية للجنيه، ويستخدم دليل الربحية في هذه الحالة كمعيار للاختيار. وإذا كان الهدف هو تعظيم معدل العائد الداخلي، فسوف نختار البديل الذي يحقق أكبر معدل عائد داخلي. وبعد تصفية البدائل المتنازعة، نتوصل إلى مجموعة بدائل جديدة. وحيث أن الأموال التي يمكن استثمارها متوافرة ولا توجد قيود عليها، فإن المنشأة تستطيع تنفيذ مجموعة البدائل غير المتنازعة طالما أنها بدائل مربحة[٣].

أما **في حالة وجود قيود تمويلية** فإن المنشأة لا تستطيع تنفيذ كل البدائل الاستثمارية بسبب وجود مقدار محدد من الأموال لا يمكنها زيادته خلال الفترة أو الفترات القادمة. وقد يكون هذا القيد التمويلي في بداية الاستثمار فقط، كما قد يكون هناك قيود تمويلية في أكثر من سنة، وفي هذه الحالة لابد من صياغة نموذج رياضي يتضمن القيود التمويلية بحيث يوضح حل هذا النموذج التشكيلة المثلى للبدائل حسب قاعدة القرار المستخدمة والتي لا تتطلب أموالا أكثر مما هو متاح فعلاً للاستثمار[٤].

---

(٢) **عبد الحي مرعي**، محاسبة التكاليف لأغراض التخطيط والرقابة، الإسكندرية: دار المطبوعات الجامعية، ١٩٨٠، ص ٣٧٩-٣٨٠.

(٣) **أحمد رجب عبد العال، علي أحمد أبو الحسن**، مرجع سابق، ص٢٩٥.

(٤) المرجع السابق، ص ٢٩٩.

أما الافتراض الثاني والخاص بالاستقلال التام لبدائل الاستثمار المتاحة وعدم اعتماد العائد المتوقع من أي منها على البدائل الأخرى فقد يكون غير واقعي في حالات كثيرة، حيث قد توجد مشروعات استثمارية تؤثر على مشروعات أخرى أو تعتبر مرتبطة ببعضها البعض. في هذه الحالة لابد أن يتضمن نموذج القرار الاستثماري شرطا يضمن أن تكون المشروعات المختارة ضمن التشكيلة المثلى محققة لهذا الترابط، وفي نفس الوقت تحقق أقصى ربحية ممكنة.

وأخيرًا فإن الافتراض الثالث والخاص بقابلية كل البدائل الاستثمارية للتجزئة، فإن هذا الفرض أيضا يتعارض مع حقيقة واقعية وهي أن هناك مشروعات تتطلب حدا أدنى من الاستثمار المبدئي بالإضافة إلى أن عدد هذه المشروعات يجب أن يكون عددًا صحيحا وليس كسرا.

إن عدم واقعية هذه الافتراضات الثلاثة إنما يؤدي إلى التشكيك في مدى الاعتماد على الأساليب التقليدية لاتخاذ القرارات الاستثمارية، مما يتطلب استخدام أساليب رياضية متقدمة للمفاضلة والاختيار من بين البدائل الاستثمارية كما سوف يتضح فيما بعد.

**ثانيا: استخدام نموذج البرمجة العددية في تحديد التشكيلة المثلى للبدائل الاستثمارية**

في استخدام نموذج البرمجة العددية (Integer Programming) لتحديد التشكيلة المثلى للاقتراحات الاستثمارية والذي يتضمن المفاضلة بين اختيار المشروع المعين كله (وليس جزءا منه) أو رفضه كله (وليس جزءا منه) (*).

ويكون نموذج البرمجة العددية إذا كان قيد التمويل في بداية الاستثمار على النحو التالي:

$$\text{عظم } ك = \sum_{و=١}^{ن} ك_و \times م_و$$

**في ظل القيود التالية:**

$$\sum_{و=١}^{ن} ع_و \times م_و \geq ع$$

$م_و = ١$ أو صفر

(*) تهتم البرمجة العددية (أو الصحيحة) بحل المشاكل التي تتطلب عدم وجود قيم كسرية بالحل الأمثل، وذلك بإضافة قيد إضافي ينص على ظهور كل أو بعض المتغيرات في الحل الأمثل بقيم غير كسرية، أي في صورة أعداد صحيحة (صفر، ١، ٢، ٣، ...). وتبدو أهمية استخدام هذا النموذج في حل كثير من المشكلات، منها على سبيل المثال بعض الاستثمارات في الأصول والتي لا تقبل التجزئة.

حيث إن:

ك = مجموع صافي القيمة الحالية للمكاسب النقدية للمقترحات المثلى.

كو = صافي القيمة الحالية للمكاسب النقدية من الاقتراح (و).

ع = مجموع الأموال المتاحة للاستثمار.

عو = التكلفة المبدئية للاقتراح الاستثماري (و).

ويلاحظ أنه في حالة ما إذا كانت قيمة مو = ١ في الحل، فإن الاقتراح (و) يكون مقبولا، أما إذا كانت قيمتها = صفر في الحل فان الاقتراح (و) يكون مرفوضا.

وطبقا للنموذج السابق فإنه يتم اختيار الاقتراحات الاستثمارية التي تحقق في مجموعها أكبر صافى قيمة حالية للمكاسب النقدية، والتي لا يزيد مجموع تكلفتها المبدئية عن الأموال المتاحة للاستثمار في خلال السنة الأولى. وقد يترتب على هذا النموذج وجود أموال عاطلة. ويكون السبب في ذلك هو عدم وجود استثمارات ذات تكلفة مبدئية تعادل هذا الجزء من الأموال. وهذه نتيجة منطقية لعدم قابلية الاستثمارات للتجزئة.

أما في حالة وجود قيود تمويلية في أكثر من سنة فإن نموذج البرمجة العددية يظهر كما يلي:

$$\text{عظم } ك = \sum_{و=١}^{ن} ك_و \times م_و$$

**في ظل القيود التالية:**

$$\star \sum_{و=١}^{ن} ع_{وز} \times م_و \geq ع_ز$$

$$^* \text{ صفر} \leq م_و \leq ١$$

حيث إن:

- مجموع صافي القيمة الحالية للمكاسب النقدية = ك
- نسبة من المشروع (و) = مو
- صافي القيمة الحالية للمكاسب النقدية من المشروع (و) = كو
- الأموال الواجب استثمارها في المشروع (و) خلال الفترة (ز) = عوز
- الأموال المخصصة للاستثمار في خلال الفترة (ز) = عز

وقد يتضمن الحل الأمثل للنموذج السابق اختيار نسبة من مشروع ما (أي أقل من ١ صحيح) لأن النموذج يفترض قابلية المشروعات للتجزئة. ولكن فرض قابلية المشروع للتجزئة هو فرض غير عملي. لهذا يمكن استبدال القيد الثاني أعلاه بالقيد التالي:

م$_{و}$ = ١ أو صفر

ونود أن نوضح في هذا الصدد الملاحظات التالية عند استخدام نموذج البرمجة العددية في اختيار التشكيلة المثلى من المقترحات الاستثمارية(٥):

**أولا:** أن الحلول الكسرية في كثير من المشاكل التي يقتضي منطقها أن تكون حلولها غير كسرية لا تخلق مشكلة ذات أهمية خاصة عندما تكون قيم المتغيرات في الحل كبيرة أو معاملات دالة الهدف صغيرة. ويمكن القول أن هناك اعترافا ضمنيا بوجود نوع من التقريب أساسا في ظل أن من الأسلوبين (البرمجة الخطية أو البرمجة العددية).

**ثانيا:** أنه في الحالات التي يلزم فيها تقييد المشكلة لتصبح مشكلة برمجة عددية، فإن هذا التقييد قد يكون كاملا وقد يكون جزئيا. ففي حالة التقييد الكامل فإن قيم المتغيرات جميعها تكون مقيدة بين أن تكون صفرا أو عددا صحيحا، ونطلق عليها هنا مشكلة البرمجة العددية الخالصة "Pure Integer Problem".

أما في حالة التقييد الجزئي فإن القيد هنا ينسحب على قيم بعض المتغيرات فقط وليس كلها، ونطلق على هذه الحالة مشكلة البرمجة العددية المختلطة "Mixed Integer Problem".

**ثالثا:** في الحالات التي قد يصعب فيها الالتجاء إلى أحد أساليب البرمجة العددية ويكون التقريب محبذا فإنه يمكن لنا الحصول على بعض المعلومات المفيدة حول مدى الخطأ المحتمل نتيجة لهذا التقريب.

---

(٥) **محمد عبد العزيز أبو رمان**، البرمجة الخطية: النظرية والتطبيق، القاهرة: المطبعة الفنية الحديثة، ١٩٨٠، ص٤١٣.

## ثالثا: استخدام البرمجة الديناميكية في تحديد التشكيلة المثلى من المقترحات الاستثمارية

تعتبر البرمجة الديناميكية من أفضل الأساليب لحل المشكلات التي تتطلب قرارات ذات علاقة تداخلية، أي قرارات يجب أن تتخذ تتابعا والتي يمكن أن تؤثر في قرارات مستقبلة ضمن هذا

التتابع. فالمصورات التي وضعها "Shamblin & Steyens" تسمح بتفاؤل جزئي لقسم من أقسام التتابع ثم يربط الوحدات المتوقعة (المستنبطة) بزميلاتها في الخط التالي إلى أن يهتدي إلى التتابع الكلي المرتقب. وهذه المفاهيم يمكن تطبيقها على المشكلات ذات الدوال الدائمة أو المشكلات ذات القيم الصحيحة[٦].

وتعمل البرمجة الديناميكية بتفتيت المشكلة إلى مجموعات أصغر بحيث يسهل حلها، ثم تجميع نتائج التحليل.

وبمعنى آخر فإن المشاكل التي تتعرض فيها النماذج المستخدمة لتغيرات في هيكلها من فترة إلى أخرى فإنه يمكن الوصول إلى الحل عن طريق مجموعة من المراحل، كل مرحلة تسعى إلى سياسة مثلى،كما أن كل مرحلة مبنية على سالفتها، بحيث إذا حدث تغير في هذه المرحلة لابد أن نرى أثر هذا التغير على المرحلة السابقة إلى أن نصل إلى الحل الأمثل في آخر مرحلة. ويسمى هذا المدخل في مجموعه بأسلوب البرمجة الديناميكية. ويستخدم هذا الأسلوب في حل مشكلة تحديد أقصر زمن يمكن أن تجرى فيه العملية الإنتاجية إذا فرض أن الإنتاج يمكن إجراؤه بطرق مختلفة وعلى مراحل مختلفة. كما يستخدم هذا الأسلوب في وضع الخطط طويلة الأجل وتقسيمها إلى خطط قصيرة الأجل، ومتابعتها وتعديلها عند حدوث أي تغيرات، كما يمكن الوصول إلى أفضل تشكيلة مثلى للمقترحات الاستثمارية، كما سيتضح فيما بعد... الخ.

مما تقدم يمكن لنا أن نعرف نموذج البرمجة الديناميكية بأنه نموذج يهدف أساسا إلى التوصل إلى الحل الأمثل لمجموعة من المشاكل التي يتميز كل منها بتعمد المراحل التي يتم فيها اتخاذ قرارات معينة بخصوص متغيرات معينة عن طريق تحويل كل منها إلى عدة مشاكل جزئية تمثل كل منها أحد المراحل بالمتغيرات التي تحتويها. ثم يتقدم الحل من مرحلة إلى أخرى بحيث يكون القرار الذي يمكن اتخاذه في أي مرحلة لاحقة هو القرار الأمثل بصرف النظر عن نوعية القرار الذي تم اتخاذه في المراحل السابقة. وهذا يتفق مع مبدأ المثالية الذي وضعه بلمان (Bellman) والذي يقضي بأنه

(6) **James E. Shamblin & G.T. Steven, Jr.,** "Operations Research, A Fundamental Approach", MacGraw-Hill, Inc., U.S.A., 1974. pp. 365-370.

بصرف النظر عن نوعية القرار السابق فإن بقية القرارات لابد وأن تمثل القرارات المثالية فيما يتعلق بالنتائج المترتبة على هذا القرار(٧). ويتضح من ذلك أن صفة الديناميكية تعنى التحرك في حل المشكلة عن طريق الانتقال من مرحلة إلى أخرى طبقا لما تقتضيه طبيعتها. وبذلك يمكن تطبيق أسلوب البرمجة الديناميكية على المشاكل التي يكون عنصر الزمن أحد المتغيرات الهامة فيها، كما يمكن تطبيقه على المشاكل التي لا يكون لعنصر الزمن أي أثر فيها على الإطلاق.

**خطوات يجب إتباعها لاستخدام البرمجة الديناميكية**

**١ - تقسيم المشكلة** إلى عدد من المشاكل الفرعية (Sub-Problems).

**٢ - حل المشكلة:** وقد يكون الحل من الخلف (طريقة الحل العكسية)، أو قد يكون من الأمام. وفي طريقة الحل العكسية نبدأ بالبحث عن الحل الأمثل للمشكلة على مراحل تبدأ من نقطة النهاية ويستمر فحص البدائل المختلفة في اتجاه عكسي حتى نصل إلى نقطة النهاية. أما علاقة الحل الأمامية فتبدأ بفحص البدائل على مراحل تبدأ من المرحلة الأولى إلى المرحلة الأخيرة في اتجاه مساير لاتجاه البدائل ذاتها.

٣- بعد حل كل مشكلة فرعية تسجل الإجابة عند هذه المرحلة وحتى نهاية المشكلة. ثم نصل إلى **القرار الواجب اتخاذه**. وفي هذا الصدد نود أن نبين مفهوم السياسة المثلى التي أوضحها بلمان والتي تتضمن فكرة أن أيًا ما كانت الحالة الأصلية وأيًا ما كان القرار الأصلي، فإن بقية القرارات لابد وأن تشكل سياسة مثلى بالنسبة للحالة الناتجة من القرار الأول.

**استخدام البرمجة الديناميكية في تحديد التشكيلة المثلى من المقترحات الاستثمارية**

سبق أن أوضحنا أن من بين الاستخدامات المختلفة لنموذج البرمجة الديناميكية تخصيص أحد الموارد النادرة(*) على عدة أنشطة اقتصادية مختلفة حيث يحقق كل نشاط منها عائد محدد مقابل كل كمية من الموارد التي يتم تخصيصها له. وبمعنى آخر يساعد هذا النموذج على التوصل للتشكيلة المثلى من المقترحات الاستثمارية.

وحتى يمكن بيان كيفية استخدام نموذج البرمجة الديناميكية في التوصل للتشكيلة المثلى من المقترحات الاستثمارية (أو أي استخدام من الاستخدامات السابق إيضاحها) سوف نفترض ما يلي:

---

(7) **Richard Bellman, & Stuart Dryfus,** "Applied Dynamic Programming", Princeton, New Jersey, Princenton University Press, 1962, p. 14.

(*) قد يكون هذا المورد النادر والذي يرغب في تخصيصه عبارة عن رأس مال نقدي، أو عيني، أو عنصر العمالة المدربة، أو أي مورد آخر يتصف بالندرة الاقتصادية. ويتم قياس العائد نقدا أو على أساس عيني أو على أساس المنفعة التي يتوقع الحصول عليها منه.

١- أن لا يكون أحد متغيرات دالة العائد من نشاط معين، أو بعضها، متوقفا بصورة مباشرة أو غير مباشرة على مقدار الموارد التي يتم تخصيصها للأنشطة الأخرى. أي أن العائد المتوقع من كل نشاط من الأنشطة يتحدد بصفة مستقلة عن مقدار الموارد التي يتم تخصيصها للأنشطة الأخرى.

٢- أن العائد المتوقع من كل الأنشطة يتم قياسه بوحدة قياس بوحدة وبصرف النظر عن خصائصها أو طبيعتها.

فإذا افترضنا أن هناك مقدارا محددا (ج) من المورد المرغوب في تخصيصه للأنشطة المختلفة (س) والذي يبلغ عددها (ن)، فإن دالة العائد الكلي (ع) تتخذ الشكل التالي:

(ع) = ع١ (س١) + ع٢ (س٢) + ..... عن (سن) =

$$= \sum_{ر=١}^{ن} ع_ر (س_ر) \qquad (١)$$

**في ظل القيود التالية:**

$$\text{صفر} \leq س \leq ج \qquad (٢)$$

$$\sum_{ر=١}^{ن} س_ر = س_١ + س_٢ + \ldots\ldots + س_ن - ج \qquad (٣)$$

وبالتالي يصبح الهدف هو تعظيم الدالة (١) إلى أكبر ما يمكن في ظل القيدين (٢)، (٣). فإذا استخدمنا علاقة الحل الأمامية لحل المشكلة فإننا نحدد العلاقات الحسابية التالية:

ع* صفر (س) = صفر ، صفر ≤ س ≤ ج

ع*١ (س) = أكبر ما يمكن [ع١ (س١) + ع* صفر (س–س١)]

صفر ≤ س ≤ ج

ع*٢ (س) = أكبر ما يمكن [ع٢ (س٢) + ع*١ صفر (س–س٢)]

صفر ≤ س ≤ ج

وبصورة أخرى يمكن لنا بيان الصيغة العامة التالية:

ع*ر (س) = أكبر ما يمكن [عر (سر) + ع*ر صفر (س–س٢)]

صفر ≤ س ≤ ج

حيث إن:

ر = ١، ٢، ٣، .....، ن.

ع* صفر (س) = صفر

ومعنى ذلك أنه إذا تم تخصيص جزء من المورد [(ج) ≤ س] للنشاط «س$_{ر}$» فإن الجزء المتبقي (س–س$_{ر}$) يجب أن يتم تخصيصه بطريقة مثالية عن بقية الأنشطة «س$_{ر-١}$»، «س$_{ر-٢}$»، .....، س$_{١}$ بحيث يتحقق أكبر قدر ممكن من العائد «ع*».

وإيضاحا لما تقدم نفترض أن قيمة (ج) = أربعة ملايين دولار (حيث أن الوحدة هي مليون دولار) وأن هذه العملة الأجنبية نادرة وتركب المنشأة في تخصيص العملة المتاحة لثلاثة أنشطة مختلفة من الاستمارات والتي يمكن التعبير عن دوال العائد على كل منها بالآتي (*):

| س$_{ر}$ | ع$_{١}$ (س$_{ر}$) | ع$_{٢}$ (س$_{ر}$) | ع$_{٣}$ (س$_{ر}$) |
|---|---|---|---|
| صفر | صفر | صفر | صفر |
| ١ | ٨ | ١ | ١٠ |
| ٢ | ١٠ | ٤ | ١٥ |
| ٣ | ١٢ | ١٠ | ١٩ |
| ٤ | ١٦ | ١٥ | ٢٠ |

فإنه في ضوء البيانات السابقة يمكن التوصل للحل الأمثل كما سيتضح ذلك في الخطوات التالية:

باستخدام الصيغة العامة السابق بيانها يمكن احتساب ع*$_{١}$ (س) كما يظهر في الجدول التالي وذلك باعتبار أن س= صفر، ١، ٢، ٣، ٤ على التوالي باعتبار أن ع* صفر (س)= صفر.

(*) يلاحظ أن دالة العائد (ع$_{ر}$) الخاصة بكل من الأنظمة الثلاثة غير خطية وقد افترضنا عدم قابلية وحدات (ج) للتجزئة ومن ثم يصبح من غير الممكن استخدام نماذج البرمجة الخطية لإيجاد البرنامج الأمثل لتخصيص قيمة (ج) على أوجه الاستثمار المختلفة، لهذا فقد استخدمنا نموذج البرمجة الديناميكية للتوصل إلى الحل الأمثل للمشكلة.
لمزيد من الإيضاح انظر: **عبد الحي مرعي**، الموازنة التخطيطية في النظام المحاسبي الموحد ووسائل التحليل الكمي، الإسكندرية: مؤسسة شباب الجامعة، ١٩٧٢م.

جدول المرحلة الأولى

[ع١ (س١) + ع* صفر (س–س١)]

ع*١ (س) = أكبر ما يمكن.

٠ ≤ س١ ≤ ٤

| س | س١=صفر | س١=١ | س١=٢ | س١=٣ | س١=٤ | ع* (س١) | س١ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٠ | ٠ | | | | | ٠ | ٠ |
| ١ | ٠ | ٨ | | | | ٨ | ١ |
| ٢ | ٠ | ٨ | ١٠ | | | ١٠ | ٢ |
| ٣ | ٠ | ٨ | ١٠ | ١٢ | | ١٢ | ٣ |
| ٤ | ٠ | ٨ | ١٠ | ١٢ | ١٦ | ١٦ | ٤ |

ويمثل العمود الأول الوحدات من المورد (ع) المتاح للاستغلال في كل من النشاط (س١) والنشاط (س٠). أما العمود الثاني فيمثل العائد المتوقع من استثمار الفائض من (ج) في النشاط (س.) بعد خصم عدد الوحدات التي تم استثمارها في النشاط (س١). أما الأعمدة من ٣–٦ فإن الأرقام الواردة بها تتمثل في العائد المتوقع من استغلال عدد الوحدات المتاحة (س) من المورد (ج) في كل من النشاط (س١) والنشاط السابق له وهو في هذه الحالة (س٠). ويبين العمود قبل الأخير العائد الأمثل المتوقع الحصول عليه من النشاط (س١) عندما يكون مستوى النشاط (س١) كما هو مبين في العمود الأخير مقدرا بعدد الوحدات المتاحة للاستثمار فيه (س) من المورد (ج).

وتكون الخطورة التالية بعد التحليل السابق هي تقديم النشاط (س٢) في الحل وذلك عن طريق احتساب:

ع*٢ (س) = أكبر ما يمكن [ع٢ (س٢) + ع*١ صفر (س–س٢)]

٠ ≤ س ≤ ٤

جدول المرحلة الثانية

ع*٢ (س)

| س | س٢=٠ | س٢=١ | س٢=٢ | س٢=٣ | س٢=٤ | ع*٢ (س) | س١ | س٢ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٠ | ٠ | | | | | ٠ | ٠ | ٠ |
| ١ | ٨ | ٢ | | | | ٨ | ١ | ٠ |
| ٢ | ١٠ | ١٠ | ٤ | | | ١٠ | ٢ | ٠ |
| ٣ | ١٢ | ١٢ | ١٢ | ١٠ | | ١٢ | ٣ | ٠ |
| ٤ | ١٦ | ١٤ | ١٤ | ١٨ | ١٥ | ١٨ | ١ | ٣ |

ويتبين من الجدول السابق أن العمود الأول يوضح عدد الوحدات المتاحة للاستغلال (س) من المورد (ج). أما العمود الثاني فيبين العائد المتوقع الحصول عليه من استغلال عدد الوحدات المتاحة من المورد (ج) في الأنشطة السابقة س.، س١ كما يظهرها الجدول الخاص بالمرحلة الأولى. أي أن متجه العمود (س٢ =٠) يساوي متجه العمود (ع*١ (س)). أما العمود الثالث فيوضح العائد المتوقع من استغلال عدد الوحدات المتاحة (س) من المورد «ج» على أساس تخصيص وحدة واحدة منها للنشاط س٢ والباقي للأنشطة السابقة بصورة مثالية. أما الأعمدة الثلاثة الأخيرة فتتمثل في التوزيع الأمثل لعدد الوحدات المتاحة (س) من المورد (ج) على الأنظمة (س١، س٢) بحيث يتحقق أكبر عائد ممكن ع٢ (س).

وأخيرا يمكن تقدير س٣ وذلك عن طريق التوصل إلى ع*٣ (س) كما يلي:

ع*٣ (س) = أكبر ما يمكن [ع٣ (س٣) + ع*٢ صفر (س–س٣)]

٠ ≤ س٣ ≤ ٤

ويوضح الجدول التالي كيفية التوصل إلى ع*٢ (س)

جدول المرحلة الثالثة

ع*٣ (س)

| س | س٣=٠ | س٣=١ | س٣=٢ | س٣=٣ | س٣=٤ | ع*٣ (س) | س١ | س٢ | س٣ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٠ | ٠ | | | | | ٠ | ٠ | ٠ | ٠ |
| ١ | ٨ | ١٠ | | | | ١٠ | ٠ | ٠ | ١ |
| ٢ | ١٠ | ١٨ | ١٥ | | | ١٨ | ١ | ٠ | ١ |
| ٣ | ١٢ | ٢٠ | ٢٢ | ١٩ | | ٢٣ | ١ | ٠ | ٢ |
| ٤ | ١٨ | ٢٢ | ٢٥ | ٢٧ | ٢٠ | ٢٧ | ١ | ٠ | ٢ |

وطبقا للتحليل السابق يمكن القول بأنه إذا كان مقدار العملة الأجنبية المتاحة ج = ٤ ملايين دولار فإن الأمر يقتضي تخصيص مليون دولار للنشاط س١، ثلاثة ملايين دولار للنشاط س٣، ولا يخصص للنشاط س٢ أي مبلغ حتى يتحقق أكبر عائد ممكن وقدره ٢٧.

## الخلاصة

خلاصة القول أن إتباع نموذج البرمجة الديناميكية كما سبق أن أوضحنا يحقق وفورات كبيرة في الوقت والتكلفة اللازمة لإجراء العمليات الحسابية التي قد يتطلبها تعديد البدائل وتقويم كل منها بالطريقة الحسابية المباشرة[٨]. كما يترتب على إتباع أسلوب البرمجة الديناميكية توفر بيانات إضافية تمكن المخطط من تقويم البدائل الفرعية التي قد تترتب على المشكلة الأصلية أو تؤثر فيها. كما تساعد هذه البيانات في تسهيل إجراء اختبارات على النموذج الخاص بالمشكلة الأصلية لاكتشاف مدى حساسية الحل الأمثل للتغيرات المحتملة في كل من متغيرات ومؤشرات النموذج وأثر كل من هذه التغيرات على القيمة المثلى لدالة الهدف[٩].

وفي نهاية هذا البحث نود أن نوضح أنه رغم أن البرمجة الديناميكية يمكن استخدامها نظريا في حل عدد كبير من المشكلات، فإن التطبيق السريع يصبح صعبا للغاية. فالمشكلة الرئيسة تكمن في حجم المشكلة وبنوع خاص فإن هذه الاستنتاجات تطبق على مسائل ذات حلول محددة وغير مستمرة. ويزداد حجم المشكلة بزيادة عدد المراحل، ومن الواضح أن حجم المشكلة يزداد بزيادة تسلسل الظروف الممكنة في كل مرحلة فهذه مشكلة متشابكة، وتقع مشكلات أكبر عندما تضاف متغيرات جديدة. فكلما زاد عدد متغيرات النموذج كلما زاد عدد وحدات الموارد المتاحة، كلما أصبحت تكلفة جدولة الحل الأمثل على مراحله المختلفة باهظة. غير أنه في هذه الحالة يمكن إتباع بعض أساليب التقريب بالاشتراك مع العلاقات الحسابية للبرمجة الديناميكية لتخفيض عدد المتغيرات، أو لإدماج عدد وحدات الموارد بما يسمح بتخفيض تكلفة الحصول على حل يقرب من الحل الأمثل إلى الحد المعقول.

---

(٨) **عبد الحي مرعي**، الموازنات التخطيطية في النظام المحاسبي الموحد ووسائل التحليل الكمي، الإسكندرية: مؤسسة شباب الجامعة، ١٩٧٢م، ص٢٥٧

(٩) المرجع السابق، ص ٢٥٨ .

# المراجع

## أولاً: المراجع العربية

**أبو رمان، محمد عبد العزيز**، البرمجة الخطية: النظرية والتطبيق، القاهرة: المطبعة الفنية الحديثة، ١٩٨٠م.

**مرعي، عبد الحي**، محاسبة التكاليف لأغراض التخطيط والرقابة، الإسكندرية: دار المطبوعات الجامعية، ١٩٨٠.

**مرعي، عبد الحي**، الموازنة التخطيطية في النظام المحاسبي الموحد ووسائل التحليل الكمي، الإسكندرية: مؤسسة شباب الجامعة، ١٩٧٢م.

**عبد العال، أحمد رجب، علي أحمد أبو الحسن**، المحاسبة الإدارية، الإسكندرية: دار المطبوعات الجامعية، ١٩٧٩م.

## ثانيًا : المراجع الأجنبية

**Bellman, Richard & Stuart Dryfus**, Applied Dynamic Programming, Princeton, New Jersey, Princenton University, Press. 1962.

**Shamblin, James E. & G. T. Stevens, Jr.,** Operations Research, A Fundamental Approach, McGraw-Hill, U.S.A.. 1974.

# The Determination of The Ideal Combination of Investment Alternatives by Using Mathematical Programming Models

MAHMOUD OMAR BA-ISA
*Assistant Professor*
*Department of Accounting,*
*Faculty of Economics and Administration*
*King Abdulaziz University, Jeddah, Saudi Arabia*

ABSTRACT. The goal of this paper is first, to determine the ideal combination of investment alternatives by using mathematical programming models. The paper is also concerned with the role of the managerial accountant in this regard.

In order to achieve this goal, this paper presents accounting standards and assumptions that are found in the classic accounting thought.

Secondly, the use of integer programming models in the determination of the ideal combination for investment alternatives is discussed.

Finally, dynamic programming models are also discussed for the same purpose. Numerical examples are given for illustration.

The conclusion reached at in this paper is this: the use of dynamic programming models in the determination of the ideal combination of investment alternatives is time, effort and cost saving. It is also accurate. There are, however, a few limitations which the paper looks at briefly.