تقدير مصفوفة التغاير لتطبيقات تشكيل الحزمة وتحسين المحفظة وتحليل التمييز الخطي

إعداد

معاذ الحاج علي مهدي

إشراف

أ.د. محمد معين الدين (مشرف رئيسي)

أ.د. عبيد السقاف (مشرف مساعد)

المستخلص

تركز الأطروحة على التقنيات المتقدمة لتقدير مصفوفة التغاير. تخضع مشاكل تقدير مصفوفة التغاير لصعوبات عندما يكون عدد الملاحظات غير كافٍ أو منخفض مقارنة بالبعد.

كموضوع أساسي في هذه الأطروحة، يتم عرض مصفوفات التغاير المشترك في سياق النماذج الخطية، حيث يتم تقديم تقنيات التنظيم لموازنة التباين والتحيز للمقدر. يعد اختيار معلمة تنظيم مناسبة أمرًا ضروريًا لتحسين أداء مصفوفة التغاير المقدرة. يتناول هذا البحث طريقتين لاختيار معامل التنظيم بشكل صحيح. يعتمد النهج الأول على طريقة تنظيم الاضطراب المحدود (BPR) ، والتي تحدد المعلمة تلقائيًا بالنظر إلى نموذج مصفوفة التغاير. كتطبيق، يؤخذ في الاعتبار الحد الأدنى لموجه الطاقة المقيدة خطيًا (LCMP)حيث يظهر أن تنفيذ طريقة BPR له مزايا مقارنة بالطرق التنافسية الأخرى في سيناريوهات البيانات المحدودة. الطريقة الثانية مناسبة للتطبيقات في ظل نظام عالي الأبعاد. في هذه الحالة، يعتمد اختيار معلمة التنظيم على تقنية بحث أحادية البعد تستفيد من الأدوات من نظرية المصفوفات العشوائية RMT. في النظام عالي الأبعاد ، ينمو كل من البعد وعدد الملاحظات بشكل أساسي بنسبة ثابتة. تم تقديم تطبيقين في هذا العمل باستخدام نتائج RMT لتقدير مصفوفة التغاير. في مشكلة أمثلة المحفظة المالية، يتم تقديم مقدر متسق لـ MSE لمتجه الضوضاء لتحديد المعلمة بشكل فعال. تظهر النتائج التي تم الحصول عليها التفوق في الملاحظات المحدودة حيث تم دمج عدم اليقين في تقدير المتوسط في النموذج. أخيرًا ، تم اقتراح مقدر غير خطي لمصفوفة التغاير لتحليل التمايز الخطي. تم اشتقاق خطأ التصنيف الخاطئ لهذا المقدر غير الخطي باستخدام مقدر متسق ، والذي يكشف عن الأداء التنافسي له.

Covariance Matrix Estimation for Beamforming, Portfolio Optimization, and Linear Discriminant Analysis Applications

By

Maaz Elhag Ali Mahadi

Supervised By

Prof. Dr. Muhammad Moinuddin

Prof. Dr. Ubaid M. Al-Saggaf

Abstract

The thesis focuses on advanced techniques for estimating covariance matrices. Covariance matrix estimation problems undergo difficulties when the number of observations is insufficient or low compared to the dimension. As an essential theme throughout this thesis, sample covariance matrices are viewed in the context of linear models, where regularization techniques are introduced to balance the variance and bias of the estimator. Choosing a proper regularization parameter is crucial to improve the performance of the estimated covariance matrix. This research deals with two methods for selecting the regularization parameter properly. The first approach is based on the bounded perturbation regularization (BPR) method, which selects the parameter automatically given the sample covariance matrix. As an application, the linearly constrained minimum power beamformer is considered where it is shown that implementing the BPR has advantages over other competitive methods in limited-snapshot scenarios. The second approach is suitable for applications under a high-dimensional regime. In this case, the selection of the regularization parameter relies on a one-dimensional searching technique that leverages tools from RMT. In a high- dimensional regime, both the dimension and the number of observations grow essentially at a constant ratio. Two applications are presented in this work using RMT results to estimate the covariance matrix. In the portfolio optimization problem, a consistent estimator of the MSE of the noise vector is introduced to select the parameter effectively. The obtained results demonstrate superiority in limited observations as the uncertainty in estimating the mean is incorporated in the model. Finally, A nonlinear estimator of the covariance matrix is proposed for linear discriminant analysis. The misclassification error of this nonlinear estimator was derived using a consistent estimator, which reveals competitive performance.