رياضيات ١١١

MATH 111

الباب الثاني

الفصل الأول

تحليل المقادير الجبرية إلى عواملها الأولية:

تحليل المقادير الجبرية بإخراج المعامل:

أمثلة:

$$5x^2 - 10 = 5(x^2 - 2)$$
$$2x^2 - x = x(2x - 1)$$
$$3x^2y - 9xy^2 = 3xy(x - 3y)$$

تحليل الفرق بين المربعين:

أمثلة:

$$x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$
$$2x^2 - 32 = 2(x^2 - 16) = 2(x + 4)(x - 4)$$

تحليل الفرق بين المكعبين:

أمثلة:

$$x^3 - a^3 = (x - a)(x^2 + ax + a^2)$$
$$x^3 - 27 = x^3 - 3^3 = (x - 3)(x^2 + 3x + a^2)$$

تحليل مجموع المكعبين:

أمثلة:

$$x^3 + a^3 = (x + a)(x^2 - ax + a^2)$$
$$x^3 + 64 = x^3 + 4^3 = (x + 4)(x^2 - 4x + 16)$$

قوانين المربع الكامل:

$$(ax \pm by)^2 = (ax)^2 \pm 2(ax)(by) + (by)^2$$

أمثلة:

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$
$$(x + 2y)^2 = x^2 + 2x(2y) + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$$

الفصل الثاني

تحليل المقدار الثلاثي إلى عامليه:

سوف نتعامل في هذا الفصل مع المقدار الثلاثي:

$$ax^2 + bx + c$$

لتحليل المقدار الثلاثي نتبع الخطوات التالية:

نكتب المقدار الثلاثي كما يلي:

$$x^2 + bx + c = (x \quad)\ (x \quad)$$

أولاً إذا كانت اشارة الحد الثالث موجبة نبحث عن عددين "c" ومجموعهما "$\pm$ b"

حاصل ضربهما

وليكونا d_1, d_2 أو $-d_1, -d_2$ على الترتيب.

$$x^2 + bx + c = (x + d_1)\ (x + d_2)$$
$$x^2 - bx + c = (x - d_1)\ (x - d_2)$$

أمثلة:

$$x^2 + 6x + 5 = (x + 5)(x + 1)$$

$1 \times 5 = 5$ كما أن $1 + 5 = 6$.

$$x^2 - 6x + 5 = (x - 5)(x - 1)$$

$-1 \times -5 = 5$ كما أن $(-1) + (-5) = -6$.

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$$

$2 \times 3 = 6$ كما أن $2 + 3 = 5$.

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

$-2 \times -3 = 6$ كما أن $(-2) + (-3) = -5$.

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3)$$
$$x^2 - 7x + 12 = (x - 4)(x - 3)$$
$$x^2 + 9x + 20 = (x + 5)(x + 4)$$
$$x^2 - 9x + 20 = (x - 5)(x - 4)$$

ثانياً إذا كانت اشارة الحد الثالث *سالبة* d_1, d_2 حاصل ضربهما "$-c$"

نبحث عن عددين

(أي أن أحدهما يكون موجباً والآخر سالباً) "$\pm$ b" أي أن $d_1 + d_2 = \pm b$

ومجموعهما

أمثلة:

$$x^2 + 5x - 6 = (x + 6)(x - 1)$$

$6 \times -1 = -6$ كما أن $6 + (-1) = 5$.

$$x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$$

$-6 \times 1 = -6$ كما أن $-6 + 1 = -5$.

$$x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4)$$

$5 \times (-4) = -20$ كما أن $5 + (-4) = 1$.

$$x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4)$$

إذا كان معامل x^2 ليس واحداً حينئذ نكتب:

$$ax^2 + bx + c = (ax + d_1)(x + d_2)$$

و يتم اختيار d_1, d_2 بحيث أن $d_1 d_2 = c$ و $d_1 + ad_2 = b$

أمثلة:

$$2x^2 + 6x + 4 = (2x + 4)(x + 1)$$

$4 \times 1 = 4$ كما أن $4 + 2 \times 1 = 6$.

$$3x^2 + 2x - 8 = (3x - 4)(x + 2)$$

$-8 = -4 \times 2$ كما أن $-4 + 3 \times 2 = 2$.

$$x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4)$$
$$x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4)$$

الفصل الثالث

تبسيط المقادير الجبرية الكسرية:

يمكن تبسيط المقادير الجبرية بنفس طريقة تبسيط الكسور العددية:

جمع وطرح الكسور:

نقوم بتوحيد المقامات المختلفة وذلك بتحليل كل مقام إلى أبسط عوامله ثم نوجد المضاعف المشترك الأصغر لهذه المقامات.

أولاً عندما تكون المقامات متشابهة:

أمثلة:

$$\frac{x}{x-4}-\frac{4}{x-4}=\frac{x-4}{x-4}=1$$

$$\frac{2x}{x+4}+\frac{8}{x+4}=\frac{2x+8}{x+4}=\frac{2(x+4)}{x+4}=2$$

$$\frac{3x}{x-1}-\frac{2}{x-1}=\frac{3x-2}{x-1}$$

أولاً عندما تكون المقامات مختلفة:

أمثلة:

$$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2-1}=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\frac{x+1}{(x-1)(x+1)}-\frac{1}{(x-1)(x+1)}=\frac{x+1-1}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\frac{x}{(x-1)(x+1)}=\frac{x}{x^2-1}.$$

$$\frac{1}{x-3}-\frac{x}{x^2-9}=\frac{1}{x-3}-\frac{1}{(x-3)(x+3)}$$
$$=\frac{x+3}{(x-3)(x+3)}-\frac{x}{(x-3)(x+3)}=\frac{x+3-x}{(x-3)(x+3)}$$
$$=\frac{3}{(x-3)(x+3)}=\frac{x}{x^2-9}.$$

$$\frac{1}{x-2}+\frac{2x}{x^2-5x+6}=\frac{1}{x-2}+\frac{2x}{(x-2)(x-3)}$$
$$=\frac{x-3}{(x-2)(x-3)}+\frac{2x}{(x-2)(x-3)}=\frac{x-3+2x}{(x-2)(x-3)}$$
$$=\frac{3x-3}{(x-2)(x-3)}=\frac{3(x-1)}{x^2-5x+6}$$

ضرب و قسمة الكسور:

نقوم – بعد تحليل البسط والمقام في كل مقدار كسري إلى أبسط عواملهما – نختصر المعاملات المتشابهة.

أمثلة:

$$\frac{(x+1)^2}{x-1}\times\frac{(x-1)^2}{x^2-1}=\frac{(x+1)^2}{x-1}\times\frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}=x+1.$$

$$\frac{x+1}{x-1}\times\frac{(x-1)^2}{x^2-1}=\frac{x+1}{x-1}\times\frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}=1.$$

$$\frac{x^2-4}{(x+2)^2}\div\frac{(x-2)^2}{x+2}=\frac{x^2-4}{(x+2)^2}\times\frac{x+2}{(x-2)^2}$$

$$=\frac{(x-2)(x+2)}{(x+2)^2}\times\frac{x+2}{(x-2)^2}=\frac{1}{x-2}.$$

الفصل الرابع

تطبيقات إدارية وإنسانية:

النسبة المئوية والتناسب:

النسبة المئوية:

لتحويل الكسر إلى نسبة مئوية: لتحويل الكسر إلى نسبة مئوية نضرب الكسر في 100.

مثال:

حوّل الكسر $\frac{3}{10}$ إلى نسبة مئوية.

$$\frac{3}{10} \times 100 = 30\%$$

لإيجاد $a\ \%$ من مبلغ نقوم بضرب المبلغ في $\frac{a}{100}$

مثال:

1- أوجد 15% من مبلغ 15000 ريال.

$$\frac{15}{100} \times 15000 = 2250\ SR$$

2- حصل عامل على زيادة في الراتب بمقدار 10% فإذا كان راتبه قبل الزيادة 1500ريالاً فما هو الراتب الجديد

مقدار الزيادة= $\frac{10}{100} \times 1500 = 150$ ريالاً

الراتب الجديد= $1500 + 150 = 1650$ ريالاً.

3- ما مقدار زكاة المال على مبلغ قدره 120,000 ريال قد حال عليه الحول؟.

من المعلوم أن زكاة المال هي 2.5 % ومن ثم فإن مقدار الزكاة على المبلغ 120,000 هي:

$$120,000 \times \frac{25}{1000} = 3000\ SR$$

4- إذا اشترى محمد سيارة بمبلغ 100,000 ريال وربح 3000 ريال فما هي نسبة ربح محمد؟.

$$100,000 \times \frac{a}{100} = 3000 \quad \leftrightarrow \quad a = 3\%$$

5- تُوفي رجلاً وقدرت تركته بـ 400,000 ريالاً وترك زوجة وأم وأب وابن فما نصيب الأم.

من المعلوم أن نصيب الأم في وجود الولد هو $\frac{1}{6}$

نصيب الأم= $\frac{1}{6} \times 400,000 = 66,666$ ريالاً.

التناسب:

نقول بأن الأعداد غير الصفرية a, b, c, d متناسبة إذا كان:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

القيمة المشتركة لهذه النسب تسمى معامل التناسب.

أمثلة:

1- الأعداد $2, 6, 7, 21$ تكون متناسبة إذ أن:

$$\frac{2}{6} = \frac{7}{21}$$

معامل التناسب هنا يساوي $\frac{1}{3}$.

2- الأعداد $3, 12, 6, 42$ تكون غير متناسبة إذ أن:

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}, \qquad \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$$

قسّم رجلٌ مبلغ 900 ريالاً على أطفاله الثلاثة بمعدل $2:3:4$ فما نصيب كل واحدٍ منهم.

أولاً نوجد عدد الأجزاء وهنا يساوي $= 4 + 3 + 2 = 9$

فيكون نصيب الولد الأول $= \frac{2}{9} \times 900 = 200$ ريالاً

ويكون نصيب الولد الثاني $= \frac{3}{9} \times 900 = 300$ ريالاً

ويكون نصيب الولد الثالث $= \frac{4}{9} \times 900 = 400$ ريالاً